

1. A krampuszok az ajándékokat 50 kilogrammonként zsákokba teszik a szán mellé. Mikulás rénszarvasai maximum 3500 kg összsúlyú szánt bírnak el. A szán maga 1756 kg, Mikulás pedig 98 kg-ot nyom. Hány darab zsákot lehet felrakni a szánra úgy, hogy a rénszarvasok elbírhják, ha csak teli zsákokat raknak fel? (40 pont)

2. Mikulás (M), Hümér a krampusz (H), Rudolf a rénszarvas (R) és a szán (S) egy $MHRS$ négyszöget alkotva állnak egy havas réten. Egy okos hóember elindul Mikulástól és a Mikulás-Hümér-Rudolf-szán-Mikulás utat teszi meg. Ezalatt a következőket veszi észre:

Összesen 34 métert tett meg.

Mikulás és Hümér, valamint a Hümér és Rudolf közti távolság azonos.

Rudolf és a szán pont 3 méterrel messzebb vannak egymástól, mint Mikulás és Hümér.

Mikulás és a szán távolsága pont 4 méterrel kevesebb, mint Mikulás és Hümér valamint Rudolf és Hümér közti távolságok összege.

Mennyi az MH , HR , RS , SM méterben mért távolságok számjegyösszegeinek összege? (40 pont)



3. Rudolf és Villám minden születésnapjukra egy-egy olyan tortát kapnak, amelyen annyi gyertyát gyújtanak meg, ahány évesek lettek. Mindketten ma ünneplik születésnapjukat, és már meggyújtották tortájukon a gyertyákat. Villám összeszámolta, hogy az ő tortáin élete során eddig összesen háromszor annyi gyertyát gyújtottak, mint Rudolf eddigi tortáin összesen. Hány éves Rudolf, ha Villám most 9? (45 pont)

4. Mikulás 35 rénszarvasának 40%-a magasabb, mint 168 cm. Ezen szarvasok $\frac{3}{7}$ része nőstény. A szarvascsalád 60%-a hím.

A: A szarvascsalád 168 cm-nél magasabb szarvasainak száma.

B: A szarvascsalád 168 cm-nél magasabb nőstény szarvasainak száma.

C: A szarvascsalád 168 cm-nél nem magasabb hím szarvasainak száma.

Mennyi lesz az $A + B \cdot C$ kifejezés értéke? (50 pont)

5. Mikulás a gyárába megy, hogy bepakolja a Száncsengő utca gyerekeinek szánt ajándékokat. A kicsi utcában 3 fiú (Ali, Bali és Sanyi) és 5 lány (Mimi, Lili, Brigi, Ili és Kitti) lakik. Mikulásnak három típusú játéka van a fiúk számára, és kétféle játékbát szán a lányoknak. Minden gyerek pontosan egy játékot kap nemétől függően, amit Mikulás puttonyából húzhat ki, és minden játékból van annyi, hogy akár az összes fiú vagy lány ugyanolyan fajta kapjon. Hányféleképpen kaphattak ajándékokat a Száncsengő utcai gyerekek? (50 pont)

6. Mikulás megszomjazott, ezért egy fél literes, tejjel teli kancsót vett ki a hűtőből. Ennek megitta az $\frac{1}{25}$ -ét, a maradékot a kancsóban hagyta. Ezután jött Krampusz Karesz, aki a kancsóból kiitta a maradék tej $\frac{1}{80}$ -át. Jött Krampusz Bendegúz, aki megitta a kancsóban maradt tej $\frac{1}{3}$ -át, a többit ő is ott hagyta volna, azonban úgy érezte, hogy a kancsóban már kevés tej maradt, ezért elszaladt a tejautomatához, és az automata gombjának kétszeri megnyomásával tejet töltött a kancsóba. (Az automata minden gombnyomás hatására 1 dl tejet ad ki.) A kancsót visszatette a helyére. Végül visszajött Mikulás és megitta a kancsóban lévő tej $\frac{2}{5}$ -ét. Hány milliliter tej maradt a kancsóban? (60 pont)

7. Mikulás - ha éppen nem az ajándékokkal van elfoglalva - krampuszainak gyakran ad kártyás feladványokat. Egy őszi napon a következő fejtörővel állt elő:

Látatlanban húzunk egy pakli francia kártyából úgy, hogy a kihúzott lapokat nem tesszük vissza. Hányadik húzás után lesz a kezünkben biztosan két olyan lap, melyek összege páratlan szám? Egy pakli francia kártya négyféle, egyenként tizenhárom lapból álló sorozatból, valamint két jokerből áll. A sorok 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, bubi (J), dáma (Q), király (K) és ász (A) lapokból állnak. (A bubinak, a dámának, a királynak, az ásznak és a jokernek nincs értéke.)

Mi a helyes válasz Mikulás fejtörőjére? (60 pont)

8. A krampuszok négy, emberek közt is népszerű labdajátékkal ünneplik a tél beköszöntét. Nálunk az alábbi időbeosztásúak a sportok: kosárlabda: négyszer 12 perc; vízilabda: négyszer 7 perc; gyeplabda: kétszer 35 perc; jégkorong: háromszor 20 perc. A krampuszok azonban más időbeosztással játszanak, a játékrészek ideje és száma épp fordítva van, mint az embereknél. Így például a kosárlabda tizenkét 4 perces játékrészből áll. A játékokon belüli szünetek hossza sem a nálunk megszokottak szerint lett meghatározva. Ha náluk egy sportágban a menetek száma egy p prímszám, akkor abban a játékban $p^2 - p$ perc minden egyes szünet ideje. Amennyiben pedig a menetek száma nem prím, akkor a köztük lévő szünetek ideje $2 \cdot k - 1$ perc, ahol k a menetek száma. Mind a négy sportot egyszer játsszák és köztük 5 percnyi idő van az átállásra. Összesen hány perccig tart a krampuszok labdajátékos ünnepe?
(65 pont)
9. Mikulás házától nem messze egy pontból indul két sípálya. Mindkét sípálya teljesen egyenes, és akkora szögbe zárnak be egymással, mint egy szabályos nyolcszög egy csúcsból induló leghosszabb, és legrövidebb átlója. Hány fokos a két sípálya által bezárt szög?
(65 pont)
10. Mikulás a rénszarvasainak karámot szeretne építeni. A karám oldalaira 20 m-nek megfelelő anyaga van. A karám minden oldalát méterben mérve egészre tervezi. Hány ilyen négyoldalú karám létezik, ha két karámot akkor tekintünk különbözőnek, ha legalább egy oldalának hosszúságában eltér?
(70 pont)
11. Olivér, Mikulás kedvenc ételkóstolója, 5 perc alatt eszik meg két csillag és egy szív alakú, 6 perc alatt három szív és két karácsonyfa alakú és 8 perc alatt négy karácsonyfa és egy csillag alakú mézeskalácsot. Hány perc alatt eszik meg Olivér tizenegy csillag, nyolc karácsonyfa és huszonkettő szív alakú mézeskalácsot?
(70 pont)
12. Mikulásnak 30 rénszarvasa van. Ebből 18 járt már Amerikában, 15 Ázsiában és 14 Európában. 8 rénszarvas járt már Amerikában és Ázsiában, 6 Amerikában és Európában és 5 Európában és Ázsiában. Hány rénszarvas volt pontosan egy kontinensen, ha Mikulás minden rénszarvasa járt már a fenti kontinensek közül legalább egyen?
(80 pont)
13. A Jégbüfé padlóját négy oszlopban és három sorban járólapok fedik. A krampuszok ezeket a járólapokat szeretnék azért kifesteni, hogy a színes járólapok feldobják a büfé hangulatát. A Mikulás megengedte ezt nekik, azonban csak a következő megkötésekkel. Egy járólap, csak egyszínű lehet, továbbá az első oszlop járólapjai kék vagy piros színűek, a második oszlop járólapjai kék vagy zöld színűek, a harmadik oszlopé piros vagy sárga színűek, a negyediké pedig sárga vagy zöld színűek lehetnek. (Persze az egy oszlopban lévő járólapok lehetnek mind egyszínűek is, de akár különbözhetnek is egymástól.) Azonban Mikulás még azt a megkötést is tette, hogy a különböző oszlopokhoz tartozó szomszédos járólapok sehol sem lehetnek egyszínűek. Hány különböző módon festhették ki a krampuszok a Jégbüfé járólapjait?
(80 pont)
14. A krampuszok kocka alakú házakban élnek. A lakótelepük 343 egybevágó kockából álló nagy kocka, melynek tehát minden kockájában egy-egy krampusz él. Szeretnek egymáshoz vendégségbe járni, ezért a krampuszok a kockalakásukból ajtókat vágtak a szomszédos kockák lakásaiba úgy, hogy bármely két szomszédos kis kocka között pontosan egy ajtó volt. Hány ajtó volt a krampuszok összesen? (Két kocka lakás szomszédos, ha van közös oldaluk.)
(90 pont)
15. Artúr és Ottó Zugló két legrosszabb gyereke. Az ő lakásaik között közlekedik a Virgács szánjárt, melyen a végállomásokkal együtt összesen 12 megálló van. A szánjárt sofőrje megfigyelte, hogy mindig, amikor egy útja alatt nincs két olyan ember, akik ugyanott szállnak fel és le, vagyis bármely két ember különböző utat tesz meg, akkor minden utasa ülve utazhat. A vezető ülésén kívül legalább hány (egyszemélyes) ülésnek kell lennie a szánon?
(90 pont)
16. Mikulás szobájának alaprajza egy ABC háromszög. A szoba két csúcsából (A -ból és B -ből) induló szögfelezőinek metszéspontjába helyezte el karácsonyfáját (K). Tudjuk, hogy $BKA \sphericalangle = 120^\circ$ és $KC = 12$ cm. Mennyi a karácsonyfa Mikulás szobájának falaitól mért távolságának szorzata?
(100 pont)

KELLEMESES FEJTÖRÉST!